

基于相关向量机的信噪比估计算法

韩博, 吴杰, 许华, 沈海鸥, 李鹏

(空军工程大学 信息与导航学院, 陕西 西安 710077)

摘要:为了使已有 PSK 信号信噪比估计算法在平坦衰落信道下,能够同时满足估计范围大、估计精度高的要求,提出了一种基于相关向量机(RVM, relevance vector machine)的信噪比估计新算法。该方法在建立起信噪比与二阶、四阶矩之间关系的基础上,应用相关向量机建立估计模型,并通过训练学习,得到可靠的模型权值。实验表明,利用测试数据对信号信噪比进行估计时,相对于其他算法,该算法具有使用数据量少,估计范围广,在有效的估计范围内,估计精度较高,且适用于多种调制信号的特点。

关键词: 信噪比估计; 平坦衰落信道; 相关向量机; 权值

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)04-0201-06

New SNR estimation algorithm based on relevance vector machine

HAN Bo, WU Jie, XU Hua, SHEN Hai-ou, LI Peng

(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: A new SNR estimation algorithm based on relevance vector machine (RVM) was proposed, it can not only be used under the flat fading channel, but also meet the request of larger estimation range and higher estimation accuracy of PSK. The estimation model was created by using RVM, based on the relation between the SNR and the two-order moments and four-order moments, and the reliable weights of the model can be figured out by straining and studying. Simulation results show that this algorithm has lots of advantages, for example, it uses less data and has larger estimation range than general algorithm, in addition, its estimation accuracy becomes higher in the effective estimation rang, and it is applicable to more modulation signals.

Key words: SNR estimation; flat fading channel; relevance vector machine; weight

1 引言

信噪比是现代通信系统中一个重要的通信参数,通信链路的功率分配、自适应调制切换以及卫星通信的功率控制所需的有效信道质量信息可以由信噪比提供,许多解调和译码的算法也都需要准确的信噪比信息才能达到最优的性能。目前,对于恒模信号信噪比估计的研究已经非常成熟,已有很多算法被提出。文献[1]总结了在加性高斯白噪声条件下 SSME、最大似然、 M_2M_4 、SNV 等几种经典的信噪比估计方法,但是各方法在低信噪比条件下估计偏差较大;在文献[1]之后出现了较多基于统计

量的信噪比估计算法^[2~6],传统的基于低阶统计量的算法估计精度不高,而高阶统计量又需要较长的采样数据才能得到较好的估计性能。文献[7]提出的基于子空间分解的信噪比估计改进算法需要较大的运算量,且估计精度不高,文献[8]提出了一种基于数据拟合的信噪比估计算法,但是这一算法有效工作范围较小,而且在高信噪比条件下估计性能不佳。

相关向量机(relevance vector machine)是一种基于稀疏贝叶斯框架理论的机器学习方法^[9~11],它利用了支持向量机(support vector machine)高维映射的思想,充分考虑不确定因素对系统性能的影响,

收稿日期: 2012-04-16; 修回日期: 2013-01-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61001111)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61001111)

将核函数与贝叶斯推理相结合，得到预测值及其后验概率分布。该方法既克服了神经网络在训练时间、局部最优、收敛速度等方面存在的缺陷，也避免了支持向量机方法在估计正规化参数、调整敏感度参数、核函数必须满足 Mercer 条件，所需核函数数量随训练集增大显著增加等不足。

本文通过建立采样信号的二阶和四阶矩与信噪比之间的线性关系，利用相关向量机方法对信噪比进行估计。

2 信号模型

低通复信号的公式定义为

$$a_k(t) = x(t) + jy(t) \tag{1}$$

其中， $x(t)$ 、 $y(t)$ 为实信号。

在平坦衰落信道下，经匹配滤波器且采样后输出信号为

$$r_k = \sqrt{A}a_k + n_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, L \tag{2}$$

其中， \sqrt{A} 为信道衰落增益， n_k 为零均值的复高斯白噪声，且噪声实部和虚部的方差都为 s^2 ， L 为数据块长度， a_k 和 n_k 相互独立。

设 S 为信号功率， N_d 为噪声功率，则定义信噪比 $\gamma = S/N_d$

文献[5]中的式(4)为

$$M_{2n} = N_d^n \sum_{m=0}^n \frac{(n!)^2}{(m!)^2} c_{2m} \gamma^m \tag{3}$$

其中， M_{2n} 为理论样本矩， $c_{2m} \stackrel{\text{def}}{=} E \{ |a_k|^{2m} \}$ 。

采用接收信号 r_k 的样本矩： $\hat{M}_p \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |r_k|^p$ 代替

真实样本矩。

由式(3)可得

$$M_2 = c_2 S + c_0 N_d \tag{4}$$

$$M_4 = c_4 S^2 + 4c_2 S N_d + c_0 N_d^2 \tag{5}$$

假设

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{M_4}{M_2^2} = \frac{c_4 S^2 + 4c_2 S N_d + c_0 N_d^2}{(c_2 S + c_0 N_d)^2} \\ &= \frac{c_4 \gamma^2 + 4c_2 \gamma + c_0}{(c_2 \gamma + c_0)^2} \\ &= f(\gamma) \end{aligned} \tag{6}$$

可以求得信噪比为

$$\gamma = f^{-1}(\hat{\gamma}) \tag{7}$$

在得到信噪比关系式后，传统的方法都是进行数据拟合，求解信噪比 γ 与 $\hat{\gamma}$ 之间的关系系数。本文在此使用相关向量机方法求解信噪比。

3 基于相关向量机的信噪比估计算法

本文采用相关向量机的线性估计模型

$$\hat{\gamma}(\gamma, \mathbf{?}) = \sum_{n=1}^L \gamma_n K(\mathbf{?}, \mathbf{?}_n) + \gamma_0 \tag{8}$$

其中，假设训练样本集为 $\{(\mathbf{?}_n, t_n), n = 1, 2, \dots, L\}$ ， $l_n \in R^d$ 为输入训练样本， t_n 为输出信噪比训练样本， L 为样本数， $\{\gamma_n\}$ 为模型的权值向量， $K(\mathbf{?}, \mathbf{?}_n)$ 为非线性基函数，一般选用 RBF 核，本文采用常用的高斯核函数

$$f_n(l) = K(l, l_n) = \exp\left(-\|l - l_n\|^2 / r^2\right) \tag{9}$$

其中， r 为核函数的宽度参数，控制着函数的径向作用范围。这一模型通过对样本数据学习，得出输入向量 $\mathbf{?}$ 和目标输出 t 之间的依赖关系。

假设输入值与目标值都是独立分布样本，且数据的噪声 e_n 服从方差为 s^2 的零均值高斯分布，则非线性模型可以定义为

$$t_n = r(l_n, w) + e_n \tag{10}$$

由于目标值 t_n 是独立的，则整个训练样本集的似然函数可写为

$$\begin{aligned} P(t | \mathbf{?}, s^2) &= (2ps^2)^{-L/2} \cdot \\ &\exp\left(-\frac{1}{2s^2} \|t - F \mathbf{?}\|^2\right) \end{aligned} \tag{11}$$

其中， $t = [t_1, t_2, \dots, t_L]^T$ ， $w = [w_1, w_2, \dots, w_L]^T$ ； $\mathbf{?}$ 是由核函数组成的 $L \times (L+1)$ 阶矩阵，

$$F = [f(l_1), f(l_2), \dots, f(l_L)]^T,$$

$$f(x_n) = [1, K(l_n, l_1), K(l_n, l_2), \dots, K(l_n, l_n)]^T$$

在式(11)的基础上，可以在贝叶斯框架下用最大似然方法来训练模型权值 $\{\gamma_n\}$ 。为了防止在评价 γ 和 s^2 极大似然估计时的过学习，提高模型的泛化能力，RVM 为每个权值定义了 ARD 高斯先验概率分布

$$P(w | a) = \prod_{n=1}^L N(w_n | 0, a_n^{-1}) \tag{12}$$

其中， $a = [a_1, a_2, \dots, a_L]^T$ 是决定权值 γ 的先验分布的

超参数。对权值 w 定义了先验分布后，必须对超参数 a 和噪声变量 s^2 定义先验分布，一般定义为伽马分布。

在先验概率分布和似然分布的基础上，根据贝叶斯公式计算权值的后验概率分布

$$P(w | t, a, s^2) = \frac{P(t | w, s^2) P(w | a)}{P(t | a, s^2)} \sim N(m, \hat{a}) \quad (13)$$

式(13)中分母项为归一化因子，与 w 无关，从而知该权值的后验分布属于多变量高斯分布，即

$$P(w | t, a, s^2) : N(m, \hat{a}) = (2\pi s^2)^{-\frac{L+1}{2}} |\hat{a}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(w-m)^T \hat{a}^{-1} (w-m)\right) \quad (14)$$

其中，后验方差矩阵和均值分别为

$$\hat{a} = (s^{-2} F^T F + A)^{-1} \quad (15)$$

$$m = s^{-2} \hat{a} F^T t \quad (16)$$

$$A = \text{diag}(a) = \text{diag}(a_0, a_1, \dots, a_L) \quad (17)$$

由式(13)可以得到，RVM 方法中的模型权值的估计值由后验分布的均值 μ 给出，同时它也是权值最大后验(MAP)估计。权值的 MAP 估计取决于超参数 a 和噪声方差 s^2 ，为了估计模型权值，首先要估计超参数的最佳值。根据贝叶斯框架，超参数的似然分布可以通过式(18)计算。

$$P(t | a, s^2) = \int P(t | w, s^2) P(w | a) dw \sim N(0, C) \quad (18)$$

其中，协方差 $C = s^2 I + F A^{-1} F^T$ 。

超参数 a 、 s^2 的估计值可以通过最大化边缘似然分布得到，对于超参数的最优化，最大化边缘似然分布等价于

$$\begin{aligned} L(a) &= \lg P(t | a, s^2) \\ &= \lg \int P(t | w, s^2) P(w | a) dw \\ &= -\frac{1}{2} [L \lg 2\pi + \lg |C| + t^T C^{-1} t] \end{aligned} \quad (19)$$

当最大化式(19)时，无法得到 a 和 s^2 的解析解，因而采用 Mackay 方法^[12]进行循环迭代，整理得到

$$a_n^{\text{new}} = \frac{g_n}{m_n^2} \quad (20)$$

$$s_n^{\text{new}} = \frac{\|t - F m\|^2}{L - \sum_{n=0}^L g_n} \quad (21)$$

$g_n = 1 - a_n \hat{a}_{n,n}$ ， μ_n 是根据式(19)计算得到第 n 个后验概率平均值， $\hat{a}_{n,n}$ 是 \hat{a} 的第 n 个对角元素。

通过循环迭代不断更新 a 和 s^2 直到得到最优超参数 a_{MP} 、 s_{MP}^2 。

根据权值的后验，可以对新的观测数据 t_* 作估计，目标数据 t_* 的后验概率分布

$$\begin{aligned} P(t_* | t, a_{\text{MP}}, s_{\text{MP}}^2) &= \int P(t_* | w, s_{\text{MP}}^2) P(w | t, a_{\text{MP}}, s_{\text{MP}}^2) dw \\ &= N(t_* | r_*, s_*^2) \end{aligned} \quad (22)$$

可以看出式(22)满足 Gaussian 分布，其估计均值和方差分别为

$$r_* = m^T F (l_*) \quad (23)$$

$$s_*^2 = s_{\text{MP}}^2 + F^T (l_*) \hat{a} F (l_*) \quad (24)$$

可以通过式(23)来预测 t_* 的真实值 l_* ，式(24)给出来 2 个预测变量的期望误差之和，其中之一为数据噪声误差，另一个是由权值 w 的不确定所产生的误差。

综上所述，信噪比估计步骤可以概括为以下几步：

- 1) 初始化 a_n 和 s^2 ；
- 2) 计算权值后验分布的均值 μ 和方差矩阵 \hat{a} ；
- 3) 计算所有 g_n 并重新估计 a_n 和 s^2 ；
- 4) 若收敛，到步骤 5)，不收敛回步骤 2)；
- 5) 删除 a_n 的权值和基函数；
- 6) 利用 5) 得到的权值和训练数据对新数据进行预测，其输出为 l_* 。

4 算法性能分析

文献[8]方法记为 Liner 算法，采用蒙特卡罗法对本文新算法和 Liner 算法、 M_2M_4 算法进行仿真比较。仿真参数：测试范围为 -10 ~ 30dB，RVM 核函数带宽设为 $r=0.02$ ，训练数据长度为 128，估计数据长度为 64，本文通过对估计均值和标准差进行比较来分析算法的性能。

4.1 QPSK 仿真结果

以 QPSK 为例对 3 种算法性能进行仿真分析。图 1 和图 2 是利用 RVM 对 QPSK 进行仿真得到的真实值与估计值拟合曲线和相关向量机权值。从图 1 可以看出，整个信噪比估计值都是比较趋近理论值，只是在较低信噪比处估计偏差有所增加。从图 2 可以看出，在基于相关向量机的信噪比估计过程中，

大部分权值为零。这是由于在对式 (20) 和式 (21) 进行循环迭代过程中,超参数 a 的一部分元素将趋于无穷大,相对应的权重的分布将在零点处形成尖峰,则后验认为 $\hat{\omega}_n$ 即为零,其相应的核函数和训练样本也被剔除,最终可以得到很好的稀疏性。

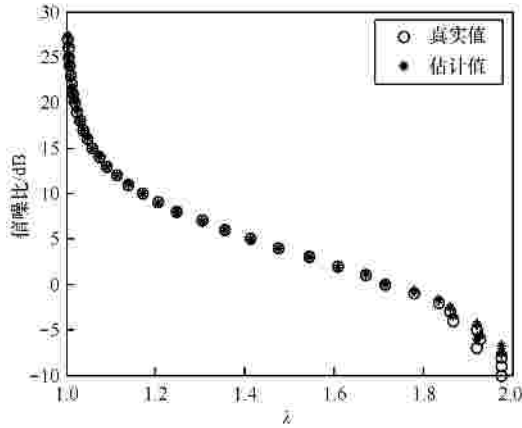


图 1 QPSK 信噪比估计的相关向量机拟合曲线

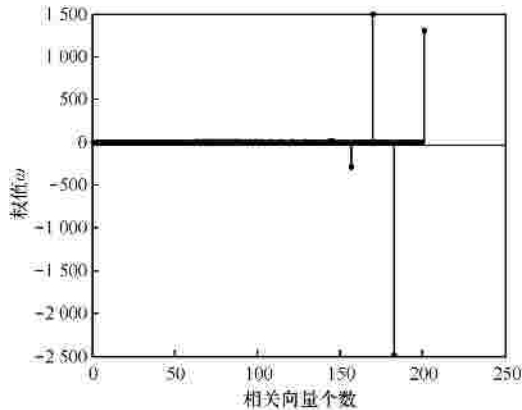


图 2 QPSK 信噪比估计的相关向量机权值

由于 RVM 算法总共使用数据长度为 192,所以图 3 和图 4 中,Liner 算法和 M_2M_4 算法采用的数据长度均为 192。

由图 3 和图 4 可知,信噪比在 -10~15dB 范围内 Liner 算法和 RVM 算法性能较好, M_2M_4 算法性能较差,但是 15dB 以后 Liner 算法性能逐渐恶化,这是因为数据拟合本身的特点引起的,数据拟合只能拟合一段信噪比范围,不可能包括很高的信噪比范围,因此超出拟合信噪比范围的无论是低信噪比还是高信噪比都属于无效估计范围,就会出现大的估计偏差。 M_2M_4 算法虽然估计标准差小于 0.5dB,但是依旧不如 RVM 算法精度高,这是因为 M_2M_4 算法只是高信噪比条件下的近似估计,而 RVM 算法不存在信噪比条件的直接制约。

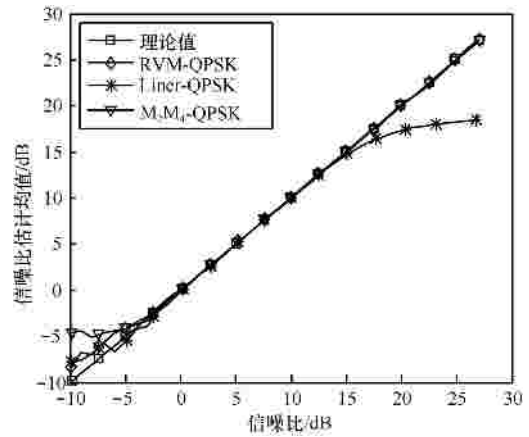


图 3 信噪比估计值均值比较

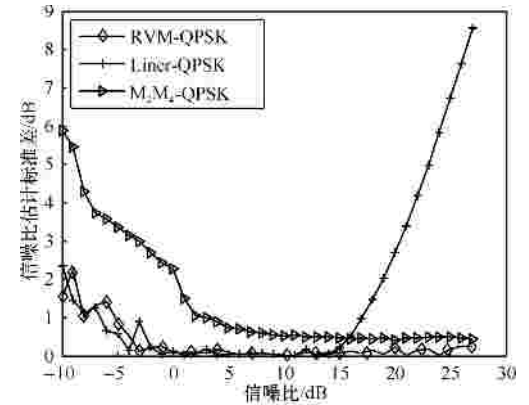


图 4 信噪比估计值标准差比较

虽然 RVM 算法采用的训练数据长度是 128,但是在实际估计过程中,训练一次得到权值后,在以后的估计当中就不需要再进行训练,所以每次估计数据长度只需要 64 就可以得到精确估计。因此,本文也对 Liner 算法、 M_2M_4 算法在采用的数据长度均为 64 时和 RVM 算法进行了比较,如图 5 所示。

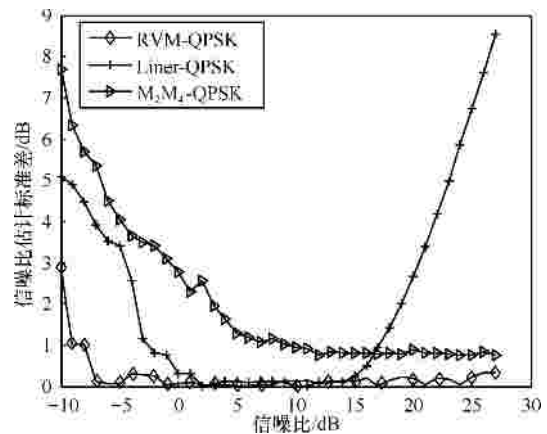


图 5 信噪比估计值标准差比较

在图 5 中,Liner 算法、 M_2M_4 算法在数据长度减小后,性能明显变差。与图 4 相比,Liner 算法在

- 10~ 1dB 范围内估计误差明显增加， M_2M_4 算法在整个有效工作范围内估计性能均下降。实际估计时，训练数据长度为 64，估计数据长度为 32 就可以得到较准确的估计。

综上所述，RVM 算法在 3 种算法当中估计性能最好。具体表现在：所需数据量少，只需要较少的数据就可以得到较精确的估计，在 0~30dB 时，估计标准差小于 0.3dB；估计范围大，Liner 算法有效工作范围为 -10~15dB， M_2M_4 算法有效工作范围为 5~30dB，而 RVM 算法有效工作范围为 -10~30dB；适用性强，对于 MPSK、QAM 调制信号均适用。

4.2 针对多种信号类型的适应性验证

通过实验得到，由 QPSK 训练所得到的权值同样适用于其他 PSK 信号，也就是说可以任选一种 MPSK 信号进行训练，而训练得到的估计器适用于所有 MPSK 信号；但是对非恒模信号的 MQAM 信号则必须重新训练权值。

本节仿真了 BPSK、QPSK、8PSK、16PSK 和 16QAM 信号的信噪比估计效果，具体的实验结果如图 6 和图 7 所示。

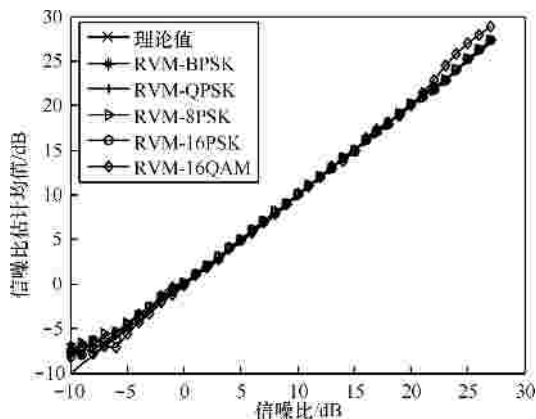


图 6 信噪比估计值均值比较

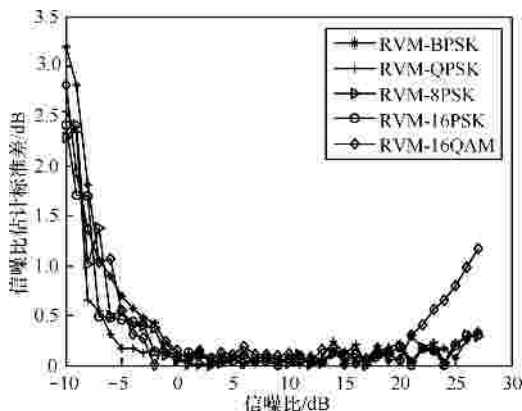


图 7 信噪比估计值标准差比较

由图 6 和图 7 可知，RVM 算法对于所有 MPSK 调制信号的估计性能都较为出色，在信噪比为 -5~27dB 的范围内，估计误差都小于 0.5dB；同时，RVM 算法对 16QAM 信号在信噪比为 -5~20dB 范围内估计误差小于 0.5dB，性能也非常优异。可见，新算法适用于 MPSK 和 MQAM 信号。

4.3 核参数对仿真结果的影响

为进一步研究核函数带宽对信噪比估计的影响，以 QPSK 为例，在不同信噪比下，不同带宽的相关向量机对信噪比估计的标准差比较如图 8 所示，数据长度为 192。

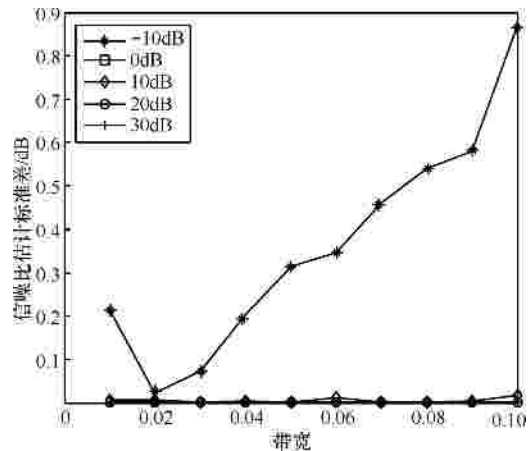


图 8 不同带宽的相关向量机对信噪比估计的标准差比较

由图 8 分析可知，在信噪比非常低的情况下，带宽的可选择范围变得更小，在保证有效估计精度前提下，选择 0.02 可以得到较好的估计模型。图 8 同时也说明即使相关向量机可以在低信噪比下取得较好的估计效果，但是在小于 -10dB 后核函数参数的选择会变得更加困难，会直接影响信噪比的估计精度。

4.4 复杂度分析

RVM 算法的复杂度应该分为 2 部分，第 1 部分是学习过程，即 RVM 模型建立过程，运算主要集中在迭代过程中式 (16) 的计算，需要先对式中的 $L \times L$ 阶矩阵 S 进行 Cholesky 分解，其次对所分解后的矩阵进行求逆运算，它的时间复杂度为 $O(L^3)$ ，(其中 L 为训练数据长度)。第 2 部分是估计过程，即利用已经建立好的模型进行信噪比估计的过程，其主要运算量也集中在迭代过程中式 (16) 的计算，此时在计算矩阵 S 时， S 是 $M \times M$ 矩阵， M 是估计模型中所使用的基函数数目，由于此时模型已经稀疏化，所以 M 的值非常小，它的时间复杂度是 $O(L^2M)$ 。在实际应

用中, 模型训练只需要一次, 所以 RVM 信噪比估计的复杂度应该为 $O(L^2M)^{[13]}$ 。

5 结束语

本文通过建立起数字通信信号信噪比与统计量二阶、四阶矩之间的函数关系, 并利用相关向量机对这一函数进行处理, 学习其内在关系, 最终求得信噪比。新算法不但对于 MPSK 信号均适用也适用于 QAM 信号, 所用数据量较一般估计算法少, 且估计精度高, 估计范围广。

参考文献:

[1] PAULUZZI D R, BEAULIEU N C. A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel[J]. IEEE Trans Commun, 2000, 48(10): 1681-1691.

[2] STEPHENNE A, BELLILI F, AFFES S. Moment-based SNR estimation over linearly-modulated wireless SIMO channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(2):714-722.

[3] ZHAO H Y, FAN P Z, TAKIS M P, *et al*. On SNR estimation techniques for Turbo decoding over uncorrelated rayleigh fading channels with unknown fading parameters[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(9):4955-4961.

[4] LOPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C. Sixth- order statistics-based non-data-aided SNR estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2007, 11(4): 351-353.

[5] ÁLVAREZ-DÍAZ M, LÓPEZ-VALCARCE R, MOSQUERA C. SNR estimation for multilevel constellations using higher-order moments[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1515-1526.

[6] WANG H, YAN C X, KUANG J M. NDA SNR estimation with phase lock detector for digital QPSK receivers[A]. Vehicular Technology Conference[C]. 2010. 1-5.

[7] 张金成, 彭华. 一种鲁棒的基于子空间分解的盲信噪比估计方法[J]. 数据采集与处理, 2011, 26(5):609-614.
ZHANG J C, PENG H. Robust blind SNR estimation method based on subspace decomposition[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2011, 26(5):609-614.

[8] 许华, 樊龙飞, 郑辉. 一种精确的 QPSK 信噪比估计方法[J]. 通信学报, 2004, 25(2):55-60.
XU H, FAN L F, ZHENG H. A precise SNR estimation algorithm for QPSK signals[J]. Journal on Communications, 2004, 25(2):55-60.

[9] TIPPING M E. The relevance vector machine[J]. Neural Information Processing System, 2000, 12:652-658.

[10] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1(3): 211-244.

[11] TIPPING M E. Bayesian inference: an introduction to principles and practice in machine learning[A]. Proc of Conference on Machine Learning[C]. Springer, 2004. 41-62.

[12] MacKay. Bayesian interpolation[J]. Neural Computation, 1992, 4(3):415-447.

[13] TZIKAS D, LIKAS A, GALATSANOS N. Sparse Bayesian modeling with adaptive kernel learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks/a Publication of the IEEE Neural Networks Council, 2009, 20(6):926-937.

作者简介:



韩博 (1987-), 男, 陕西西安人, 空军工程大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理技术。



吴杰 (1973-), 男, 山西永济人, 空军工程大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为通信信号处理技术、通信抗干扰技术。



许华 (1976-), 男, 湖北宜昌人, 空军工程大学副教授, 主要研究方向为信号盲处理技术、通信信号分析技术。



沈海鸥 (1990-), 女, 甘肃兰州人, 空军工程大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理技术。



李鹏 (1989-), 男, 山东淄博人, 空军工程大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理技术。